

Exercice 1 (Opération sur les ensembles).

Exprimer les événements suivants à partir des événements A, B et C et des opérations de réunion, intersection et complémentation.

- (a) au moins un des événements A, B, C se produit;
- (b) au plus un des événements A, B, C se produit;
- (c) aucun des événements A, B, C ne se produit;
- (d) les trois événements se produisent;
- (e) exactement un des événements se produit;
- (f) A et B se produisent mais pas C ;
- (g) A se produit, ou si ce n'est pas le cas B ne se produit pas non plus.

Exercice 2 (Combinatoire).

- (a) Montrer que le nombre de permutations de n objets est $n!$.
- (b) On lance n fois une pièce de monnaie. Montrer que le nombre de possibilités d'obtenir k fois pile est donné par :

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! k!}$$

- (c) Montrer que la formule ci-dessus donne aussi le nombre de possibilités de choisir k objets parmi n objets différents.
- (d) Montrer que le nombre de sous-ensembles d'un ensemble de taille n est 2^n .

Exercice 3 (Combinatoire).

On doit former un comité de 7 personnes choisies parmi 9 hommes et 6 femmes. Combien de comités différents sont possibles si

- (a) on veut au minimum 3 femmes ?
- (b) on veut au maximum 5 femmes ?
- (c) on veut au moins 2 femmes et 3 hommes ?

Exercice 4 (Combinatoire).

Vous allez à une fête où vous ne connaissez personne. Il y a 6 femmes et 4 hommes et vous savez qu'il y a 4 couples (hétérosexuels).

- (a) Combien de chance avez-vous de découvrir quels sont les couples ?
- (b) Même question s'il y a seulement 3 couples.

Exercice 5 (Paradoxe du chevalier de Méré).

Est-il plus probable d'obtenir au moins un 6 avec 4 dés ou au moins un double 6 en 24 coups avec 2 dés ?

À rendre jusqu'au mardi 2 octobre 2012, à 18h