

## Mathématiques pour Bsc SI (2010-2011)

### Semestre d'automne

1. Théorie des Jeux
  - Jeux : Substract, Chomp, NIM
  - Somme NIM
  - Définition d'un groupe
  - Fonction de Sprague-Grundy
2. Preuve par induction
3. Théorème de Euler pour les polyèdres (Eulersche Polyedersatz)
4. La suite de Fibonacci, le nombre d'or
5. Les fractions continues
6. Cardinalité d'ensembles
  - notions d'injectivité, surjectivité, bijectivité
  - Cardinalité de  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ , ensemble des parties
  - Hôtel de Hilbert
7. Analyse combinatoire
  - Permutation, factorielle, coefficient binomiaux
8. Graphes et polyèdres
  - notion de graphe, graphe planaire
  - représentation d'un polyèdre par un graphe
  - corps platonicien, formule de Euler
  - cycle de Euler
9. Théorie des nombres
  - Calcul de modulo
  - numéro ISBN
  - théorème fondamental de l'arithmétique
  - nombres premiers, théorème de Euclide (il en existe une infinité)
  - nombres de Mersenne
  - irrationalité des racines
  - algorithme d'Euclide
  - Lemme de Bezout
  - Petit théorème de Fermat
  - Fonction phi de Euler
  - Cryptage RSA

### Semestre de Printemps

10. Stochastique (voir livre)
  - probabilité conditionnelle, probabilité totale, espérance mathématique
  - Paradoxes :
    - dés de Efron
    - Condorcet
    - des anniversaires
    - du pendu
    - problème des prisonniers
    - problème de la collection (de Panini)
    - problème du mélange de cartes

## 11. Géométrie

- Théorème de Pick
- Théorème de Bolyai-Gerwien (notion d'équidécomposabilité en 2D)
- 3e problème de Hilbert (notion d'équidécomposabilité en 3D)
- Invariant de Dehn (fonction additive)
- Construction à la règle et au compas
  - Trisection de l'angle
  - Problème de Deli
  - Quadrature du cercle
  - notion de corps, structure des points constructible
  - Constructibilité des polygones à n côtés
- Géométrie sphérique
  - géodésique, différence entre plan, cylindre et sphère
  - Théorème du cosinus pour un triangle sphérique
  - Somme des angles et Théorème de Gauss-Bonnet
  - Cartographie (isométrie, angles conservés, aires conservées)
  - Projection cylindrique, projection de Mercator

## 12. Les fractales

- Définition, exemples
- Fractale de Mandelbrot, de Julia
- Nombres complexes
- Méthode de Newton

## 13. Informatique théorique

- Automates déterministes et non-déterministes
- Machine de Turing