SP 2011 **Lineare Algebra II, Serie 21** Prof. Dr. Anand Dessai

Lösungen abgeben bis **Donnerstag 21. April, 16H00**

Aufgabe 1. (3+1 Punkte)

Sei $A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & -3 \end{pmatrix}$.

a) Berechnen Sie die Eigenwerte, das charakteristische Polynom p_A und das Minimalpolynom M_A von A.

b) Berechnen Sie die verallgemeinerten Eigenräume von A.

Aufgabe 2. (4 Punkte)

a) Sei $F : \mathbb{R}^{1000} \to \mathbb{R}^{1000}$ eine lineare Abbildung mit $F^3 = 5 \cdot F$. Zeigen Sie, dass F diagonalisierbar ist.

b) Sei $F : \mathbb{R}^6 \to \mathbb{R}^6$ eine lineare Abbildung mit

$$p_F = (t-1)^2 \cdot (t-2)^4 \quad \text{und} \quad M_F = (t-1)^2 \cdot (t-2)^2.$$

Bestimmen Sie alle möglichen Jordannormalformen für F.

Aufgabe 3. (4 Punkte)

Zeigen Sie für $A \in M(n \times n, \mathbb{C})$, dass $e^{tr(A)} = \det(\exp(A))$.

Aufgabe 4. (4 Punkte)

Gegeben seien die Rekursionsgleichungen

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_{n+1} & = & -3x_n & - & y_n & + & z_n \\ y_{n+1} & = & 4x_n & & & - & 2z_n \\ z_{n+1} & = & 3x_n & + & y_n & - & 2z_n \end{array}$$

mit den Anfangswerten $x_0 = y_0 = z_0 = 1$. Berechnen Sie (ohne Computer!) x_{50}, y_{50} und z_{50}. (Tipp: Benutzen Sie die Aufgabe 1 und Serie 20, Aufgabe 4d).