SP 2011 **Algèbre linéaire II, Série 17** Prof. Dr. Anand Dessai

à rendre avant le jeudi 24 mars 2011, 16:00

Exercice 1. (4 points)

On considère la matrice

$$A := \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & -25 & -6 \end{pmatrix}$$

a) Est-ce que A est diagonalisable sur $\mathbb{R}$? Si oui, déterminer les espaces propres (donner une base).

b) Est-ce que A est diagonalisable sur $\mathbb{C}$? Si oui, déterminer les espaces propres (donner une base).

Exercice 2. (4 points)

Résolver le système

$$A \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x_0} \\ \dot{x_1} \end{pmatrix}$$

avec $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -16 & -10 \end{pmatrix} \in M(2 \times 2, \mathbb{R})$ et les conditions initiales $x_0(0) = 2$ et $x_1(0) = 8$.

Exercice 3. (4 points)

a) Résolver le système

$$u_0 = v_0 = 1 \quad , \quad \begin{array}{rcrcr} u_{n+1} & = & -7u_n & - & 18v_n \\ v_{n+1} & = & 3u_n & + & 8v_n \end{array}$$

b) Résolver le système

$$\frac{dx}{dt} = 4x + 6y \quad , \quad \frac{dy}{dt} = -3x - 5y \quad , \quad \frac{dz}{dt} = -3x - 6y - 5z.$$

Exercice 4. (4 points)

a) Soit $A \in M(2 \times 2, \mathbb{R})$ et p_A son polynôme caractéristique. Montrer par un calcul direct que $p_A(A) = 0$.

b) Soit $A = (a_{ij})_{ij} \in M(n \times n, \mathbb{R})$ avec $|a_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} |a_{ij}|$. Montrer que A est inversible.