SP 2011 **Lineare Algebra II, Serie 17** Prof. Dr. Anand Dessai

abzugeben vor dem 24. März 2011, 16:00

Aufgabe 1. (4 Punkte)

Wir betrachten die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & -25 & -6 \end{pmatrix}$$

a) Ist A diagonalisierbar über $\mathbb{R}$? Falls ja, bestimmen Sie die Eigenräume (geben Sie eine Basis an).

b) Ist A diagonalisierbar über $\mathbb{C}$? Falls ja, bestimmen Sie die Eigenräume (geben Sie eine Basis an).

Aufgabe 2. (4 Punkte)

Lösen Sie das System

$$A \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x_0} \\ \dot{x_1} \end{pmatrix}$$

mit $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -16 & -10 \end{pmatrix} \in M(2 \times 2, \mathbb{R})$ und mit den Anfangsbedingungen $x_0(0) = 2$ und $x_1(0) = 8$.

Aufgabe 3. (4 Punkte)

a) Lösen Sie das System

$$u_0 = v_0 = 1 \quad , \quad \begin{array}{rcrcr} u_{n+1} & = & -7u_n & - & 18v_n \\ v_{n+1} & = & 3u_n & + & 8v_n \end{array}$$

b) Lösen Sie das System

$$\frac{dx}{dt} = 4x + 6y \quad , \quad \frac{dy}{dt} = -3x - 5y \quad , \quad \frac{dz}{dt} = -3x - 6y - 5z.$$

Aufgabe 4. (4 Punkte)

a) Sei $A \in M(2 \times 2, \mathbb{R})$ und p_A ihr charakteristisches Polynom. Zeigen Sie mit einer direkten Rechnung, dass $p_A(A) = 0$.

b) Sei $A = (a_{ij})_{ij} \in M(n \times n, \mathbb{R})$ mit $|a_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} |a_{ij}|$. Zeigen Sie, dass A invertierbar ist.