SP 2011 **Algèbre Linéaire II, Série 16** Prof. Dr. Anand Dessai

à remettre jusqu'au **jeudi 17 mars 2011, 16H00**

Exercice 1. (4 points)

Décider si la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

est diagonalisable.

Exercice 2. (4 points)

Considérons la matrice

$$B = \begin{pmatrix} a & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 1 & \dots & 1 & a \end{pmatrix}.$$

(a) Montrer que $\lambda := a - 1$ est une valeur propre de B .

(b) Décrire l'espace propre $\mathrm{Eig}(B; \lambda)$.

(c) Comme λ est une valeur propre de B, λ est un zéro du polynôme caractéristique p_B.
Calculer la multiplicité du zéro λ de p_B.

Exercice 3. (4 points)

(a) Considérons le polynôme $p = a_n t^n + \ldots + a_1 t + a_0 \in \mathbb{K}[t]$ avec $a_n = (-1)^n$.
Trouver une matrice $A \in M(n \times n, \mathbb{K})$ telle que $p = p_A$.

(b) Soit $A \in M(3 \times 3, \mathbb{R})$ une matrice avec déterminant négatif qui possède au moins une valeur propre réelle positive.
Montrer que toutes les valeurs propres de A sont réelles.

Exercice 4. (4 points)

Soient $A, B \in M(n \times n, \mathbb{K})$.
Montrer que AB et BA ont les mêmes valeurs propres.