FS 2011 **Lineare Algebra II, Serie 16** Prof. Dr. Anand Dessai

abzugeben vor dem 17. März 2011, 16:00

Aufgabe 1. (4 Punkte)

Bestimmen Sie, ob die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

diagonalisierbar ist.

Aufgabe 2. (4 Punkte)

Betrachten Sie die Matrix

$$B = \begin{pmatrix} a & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 1 & \dots & 1 & a \end{pmatrix}.$$

(a) Zeigen Sie, dass $\lambda := a - 1$ ein Eigenwert von B ist.

(b) Beschreiben Sie den Eigenraum $\mathrm{Eig}(B; \lambda)$.

(c) Bestimmen Sie die Vielfachheit der Nullstelle λ des charakteristischen Polynoms p_B.

Aufgabe 3. (4 Punkte)

(a) Sei $p = a_n t^n + \ldots + a_1 t + a_0 \in \mathbb{K}[t]$ mit $a_n = (-1)^n$.
Geben Sie eine Matrix $A \in M(n \times n, \mathbb{K})$ an mit $p = p_A$.

(b) Sei $A \in M(3 \times 3, \mathbb{R})$ eine Matrix mit negativer Determinante, welche mindestens einen positiven reellen Eigenwert besitzt. Zeigen Sie, dass alle Eigenwerte von A reell sind.

Aufgabe 4. (4 Punkte)

Seien $A, B \in M(n \times n, \mathbb{K})$. Zeigen Sie, dass AB und BA die gleichen Eigenwerte haben.