



SP 2011

Algèbre Linéaire II, Présence 25 Prof. Dr. Anand Dessai  
exercices de présence pour le lundi 20 mai 2011

**Exercice 1.**

Soit

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Déterminer une base orthonormale de vecteurs propres de  $A$ .
- b) Déterminer une matrice  $S \in GL_3(\mathbb{R})$  telle que  $S^T A S$  est diagonale.

**Exercice 2.**

Soit  $Q : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $Q(x) = 2 \cdot x_1^2 + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 + 2 \cdot x_2^2$ .

- a) Déterminer une matrice symétrique  $A \in M(2 \times 2; \mathbb{R})$  telle que  $Q(x) = x^T \cdot A \cdot x$ .
- b) Trouver une base orthonormale  $(v_1, v_2)$  de  $\mathbb{R}^2$  telle que  $Q(\alpha \cdot v_1 + \beta \cdot v_2) = \alpha^2 + 3 \cdot \beta^2$ .
- c) Trouver une base orthogonale  $(w_1, w_2)$  de  $\mathbb{R}^2$  telle que  $Q(\alpha \cdot w_1 + \beta \cdot w_2) = \alpha^2 + \beta^2$ .