



**Exercice 1.**

Considérons l'application

$$\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n \longrightarrow \mathbb{C}, \quad (x, y) \longmapsto x^T y$$

Déterminer si  $s$  est un produit scalaire hermitien.

**Exercice 2.**

Soit  $U = \text{span}_{\mathbb{R}}(u_1 = (1, 2, 0)^T, u_2 = (0, 1, 1)^T)$  un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^3$ .

- a) Trouver une base orthonormale pour  $U$ .
- b) Déterminer  $U^\perp$  (donner une base).

**Exercice 3.**

Soit  $V$  un espace euclidien de dimension finie muni d'un produit scalaire  $(\cdot, \cdot)$ . Soit  $U$  un sous-espace vectoriel de  $V$ . Montrer que  $(U^\perp)^\perp = U$ .

**Exercice 4.**

Déterminer  $\text{tr}(A^T \cdot A)$  pour  $A = (a_{ij})_{ij} \in M(3 \times 3, \mathbb{R})$ .

**Test : Lundi 30 Mai, 13H15 - 15H00**