SP 2011 | **Lineare Algebra II, Serie 22** | Prof. Dr. Anand Dessai

Ueungsstunde am 2. Mai 2011

Aufgabe 1.

Welche Operationen stellen Skalarprodukt in $\mathbb{R}^3$ dar ?

(a) $\langle x, y\rangle = x_1y_1 + x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_2 + 2x_3y_3$

(b) $\langle x, y\rangle = x_1y_1 + x_2y_2 - 3x_2y_3 + x_3y_2 + x_3y_3$

(c) $\langle x, y\rangle = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3^2y_2$

Aufgabe 2.

Sei V ein euklidischer Vektorraum mit Skalarprodukt $\langle\ ;\ \rangle$ und Norm $||\cdot||$. Zeigen Sie, dass :

(a) $\langle v + w, v + w\rangle = ||v||^2 + 2\langle v, w\rangle + ||w||^2$, für alle $v,\ w \in V$.

(b) $\langle v + w, v - w\rangle = ||v||^2 - ||w||^2$, für alle $v,\ w \in V$.

Aufgabe 3.

Sei $V := C([0, 2\pi], \mathbb{R}) := \{f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R},\ f \text{ stetig}\}$ der reelle unendlicn-dimensionale Vektorraum der stetigen reellwertigen Funktionen auf $[0, 2\pi]$ und sei

$$\langle\ ,\ \rangle : V \times V \to \mathbb{R}, \quad \langle f, g\rangle := \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(t)\cdot g(t)\,dt. \tag{1}$$

(a) Zeigen Sie, dass $\langle\ ,\ \rangle$ défini en (1) stellt ein Skalarprodukt au fV dar.

(b) Zeigen Sie, dass $\langle \cos t, \cos t\rangle = 1$.

Aufgabe 4.

Wir betrachten den euklidischen Vektorraum $V := C([0, 1], \mathbb{R}) := \{f : [0, 1] \to \mathbb{R},\ f \text{ stetig}\}$ mit Skalarprodukt

$$\langle f, g\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt.$$

Beweisen Sie, mit Hile der Cauchy-Schwarz Ungleichung, dass

$$\int_0^1 \sqrt{1 + t^3}dt \le \frac{5}{2}.$$