



**Exercice 1.**

Soit  $V$  un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel. Soit  $F \in \text{End}(V)$  l'homomorphisme associé à la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -14 & 43 & -22 \\ 1 & 20 & -14 \\ 3 & 25 & -21 \end{pmatrix}$$

- Calculez les valeurs propres et vecteurs propres de  $F$ .
- Décrivez (donnez une base) les espaces propres  $\text{Eig}(F; \lambda)$  correspondant à chaque valeur propre  $\lambda$  de  $F$ .

**Exercice 2.**

Soit  $C^\infty(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  l'espace vectoriel réel des fonctions infiniment différentiables sur  $\mathbb{R}$  à valeurs réelles. Déterminez toutes les valeurs propres de l'application

$$C^\infty(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \rightarrow C^\infty(\mathbb{R}, \mathbb{R}), \quad f \mapsto f''.$$

**Exercice 3.**

Déterminez si les bases suivantes de  $\mathbb{R}^3$  ont la même orientation. Calculez donc le déterminante de  $T_B^A, T_C^A, T_D^A, T_C^B, T_D^B$  et  $T_D^C$ .

$$\mathcal{A} := \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right), \quad \mathcal{B} := \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right),$$
$$\mathcal{C} := \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right) \quad \text{und} \quad \mathcal{D} := \left( \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$