SA 2010 **Algèbre linéaire, Présence 12** Prof.Dr. Anand Dessai

Séance d'exercices du 20 décembre 2010

Exercice 1.

Calculer le déterminant de la matrice

$$\begin{pmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{pmatrix}.$$

Exercice 2.

Calculer le déterminant de la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Exercice 3.

Montrer que $\det(\lambda \cdot E_n) = \lambda^n$, où $\lambda \in \mathbb{R}$ et E_n est la matrice unité de format $n \times n$.

Exercice 4.

Soit $\mathbb{K}$ un corps et l'application $\mathrm{tr} : M(n \times n, \mathbb{K}) \to \mathbb{K}$ la trace, $A \mapsto a_{11} + a_{22} + \ldots + a_{nn}$. En d'autres mots, la *trace* (*Spur*) d'une matrice est la somme des éléments qui sont sur sa diagonale. Montrer ou donner un contre-exemple aux propositions suivantes:

a) pour tout $A \in M(n \times n, \mathbb{K})$ et $c \in \mathbb{K}$, on a $\mathrm{tr}(c \cdot A) = c \cdot \mathrm{tr}(A)$.

b) pour tout $A, B \in M(n \times n, \mathbb{K})$ on a $\mathrm{tr}(A \cdot B) = \mathrm{tr}(A) \cdot \mathrm{tr}(B)$.