SA 2010 **Algèbre linéaire, Présence 10** Prof.Dr. Anand Dessai
Séance d'exercices du 6 décembre 2010

Exercice 1.

Soit

$$F : \mathbb{R}[x]_1 \to \mathbb{R}[x]_2 \qquad , \qquad p(x) \longmapsto q(x) = \int_0^x p(t)\,dt \in \mathbb{R}[x]_2 \quad \forall p \in \mathbb{R}[x]_1$$

l'application d'intégration de polynômes de degré ≤ 1.
Soit

$$G : \mathbb{R}[x]_2 \to \mathbb{R}[x]_1 \qquad , \qquad p(x) \longmapsto G(p) = q(x) \in \mathbb{R}[x]_1 \quad \text{avec } q(x_i) = p(x_i),\ i = 1, 2$$

l'application d'interpolation des polynômes de degré ≤ 2 par des polynômes de degré ≤ 1 aux points $x_0 = -1$ et $x_1 = 1$.
Soit $\mathcal{A}_1 = (1, x)$ et $\mathcal{B}_1 = \left(\frac{x+1}{2}, \frac{1-x}{2}\right)$ deux bases de $\mathbb{R}[x]_1$.
Soit $\mathcal{A}_2 = \left(1, x, x^2\right)$ et $\mathcal{B}_2 = \left(\frac{x+1}{2}, \frac{1-x}{2}, (x+1)(1-x)\right)$ deux bases de $\mathbb{R}[x]_2$.

a) Exprimez les matrices $M_{\mathcal{A}_2}^{\mathcal{A}_1}(F)$ et $M_{\mathcal{B}_1}^{\mathcal{B}_2}(G)$ en utilisant les propriétés spéciales des bases $\mathcal{A}_i$ et $\mathcal{B}_i$, $i = 1, 2$.

b) Exprimez la matrice $M_{\mathcal{A}_1}^{\mathcal{A}_2}(G)$.

c) Exprimez les matrices $M_{\mathcal{A}_1}^{\mathcal{A}_1}(G \circ F)$ et $M_{\mathcal{B}_1}^{\mathcal{B}_1}(G \circ F)$.