SA 2010 **Algèbre linéaire, Présence 6** Prof.Dr. Anand Dessai

Séance d'exercices du 8 novembre 2010

Exercice 1.

Donnez un exemple de trois vecteurs $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}^3$ tels que $v_i, v_j,\ i \neq j$ sont deux par deux linéairement indépendants, mais que $\operatorname{span}(v_1, v_2, v_3) \neq \mathbb{R}^3$. Quelle est la représentation graphique de cette situation?

Exercice 2.

Donnez des exemples de sous-ensemble W de $V := \mathbb{R}^2$ pour lesquels

a) $W \neq \emptyset$ est stable pour l'addition et pour l'inversion additive (c'est à dire $\forall u, v \in W$, on a $u + v \in W$ et $-u \in W$), mais tel que W n'est pas un sous-espace vectoriel.

b) $W \neq \emptyset$ est stable pour la multiplication scalaire (c'est à dire $\forall u \in W$ et $\forall \lambda \in \mathbb{R}$, on a $\lambda u \in W$), mais W n'est pas un sous-espace vectoriel.

Exercice 3.

Soit $\{p_0, p_1, \ldots, p_m\}$, $m \in \mathbb{N}$ des polynômes de $\mathbb{R}[x]_m$ tels que $p_j(3) = 0$, pour tout $j = 0, \ldots, m$. Montrez que $(p_0, p_1, \ldots, p_m)$ sont linéairement dépendants.

Exercice 4.

Soit $v = (2, 1, 1)^T \in \mathbb{R}^3$. Trouvez deux vecteurs $v_1, v_2 \in \mathbb{R}^3$ tels que $\langle v_i, v \rangle = 0$, $i = 1, 2$. Sous quelle condition $\operatorname{span}(v_1, v_2) = \{v\}^\perp$?