



Exercice 1.

Est-ce que les applications suivantes sont linéaire.

a) $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} y \\ x \\ x - y \end{pmatrix}$

b) $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x^2 + y^2 \\ x^2 - y^2 \end{pmatrix}$

c) $\text{Map}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2) \rightarrow \mathbb{R}, f \mapsto f\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right)$.

Exercice 2.

Existe-t-il une application linéaire $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ avec

$$F\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad F\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}?$$

Justifiez votre réponse.

Exercice 3.

Pour quel $\alpha \in \mathbb{R}$ sont les vecteurs $v_1 = (3, 1, 2)^T$, $v_2 = (\alpha, 2\alpha, 0)^T$ linéairement indépendants?

Exercice 4.

Les vecteurs v_1 et v_2 suivants sont-ils linéairement indépendants?

a) $V = \mathbb{R}^2$ en tant que le \mathbb{Q} -espace vectoriel, $v_1 = 1$, $v_2 = \sqrt{5}$.

b) $V = \mathbb{C}^2$ en tant que le \mathbb{C} -espace vectoriel, $v_1 = (i, 2)^T$, $v_2 = (-4, 8i)^T$.