



Exercice 1.

Identifiez les ensembles de solutions pour les systèmes d'équations suivants

1. $x + 2y = 1$, $2x - y = 2$,
2. $x_1 + x_2 + x_3 = -12$, $x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -20$.

Exercice 2.

Soit X, Y, Z les sous-ensembles de \mathbb{R}^2 suivants

$$\begin{aligned} X &:= \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq 0 \right\}, \\ Y &:= \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1 \right\}, \\ Z &:= \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq y \right\}. \end{aligned}$$

Dessinez les ensembles $(X \cup Y) \cap Z$, $X \setminus Y$ et $Y \setminus X$.

Exercice 3.

Etudiez l'injectivité et la surjectivité des applications suivantes:

1. $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$, $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto x - y$
2. $g : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^3$, $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x^2 + y^2 - 1 \\ x \\ y \end{pmatrix}$.

Exercice 4.

Une conférence des mathématiciens a lieu dans un hôtel qui a exactement un ensemble \mathbb{N} de chambres simples. L'hôtel est déjà tout complet. Pour des raisons économiques, l'hôtel doit toujours rester complet et/mais, si possible, tous les nouveaux clients arrivés sans réservation doivent quand même être hébergés. Les clients déjà enregistrés ne peuvent pas être délogés, mais ils peuvent être demandés de changer de chambre. Qu'est-ce qu'on fait dans les cas suivants:

- a) Un nouveau mathématicien arrive à l'hôtel.
- b) Un petit bus arrive avec $n \in \mathbb{N}$ nouveaux mathématiciens.
- c) Un grand bus arrive avec un ensemble \mathbb{N} de nouveaux mathématiciens.
- d) n grands bus arrivent avec chacun un ensemble \mathbb{N} de personnes.