

Echéance: 20 mai, à midi

1) Déterminez des constantes de Lipschitz (par rapport à  $y$ ) pour les fonctions suivantes:

- a)  $f(x, y) = 2y/x, x \geq 1$ ;
- b)  $f(x, y) = \arctan(y)$ ;
- c)  $f(x, y) = (x^3 - 2)^{27}/(17x^2 + 4)$ ;
- d)  $f(x, y) = x - y^2, |y| \leq 10$ ;
- e)  $f(x, y) = \begin{cases} 1 + y, & \text{si } -1 \leq y \leq \frac{1}{2}; \\ 3(1 - y), & \text{si } \frac{1}{2} \leq y \leq 1. \end{cases}$

2) Ecrivez un programme pour la solution du problème de valeur initiale

$$\begin{aligned} y' &= f(x, y(x)) \\ y(x_0) &= y_0 \end{aligned}$$

par la *méthode d'Euler*. Testez votre programme avec les trois exemples

$$\begin{aligned} y' &= y, & 0 \leq x \leq 1 \\ y(0) &= 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y' &= -2xy^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ y(0) &= 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y' &= y^2(x - 6)/x^3, & 1 \leq x \leq 2 \\ y(1) &= -\frac{1}{2}, \end{aligned}$$

et les pas  $h = 1/n$  pour  $n = 4, 8, 16$  et  $32$ .

(Solution = 12 outputs.)