

Echéance : 8 avril, à midi

- 1) Trouvez (à la main) la valeur en $x = \frac{1}{2}$ de l'interpolant spline naturel de $f(x) = x(2 - x)$ entre les points $x = 0, 1, 2$.
- 2) a) Prouvez que la matrice \mathbf{A} du système intervenant dans le calcul des dérivées secondes de l'interpolant spline naturel est définie positive, c.à.d. que $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} > 0$ pour tout vecteur $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$.
b) Montrez que si l'on applique la méthode de Cholesky (cours §1.3) à une telle matrice tridiagonale définie positive, la matrice $\tilde{\mathbf{L}}$ qui en résulte est bidiagonale (c.à.d. ne possède qu'une diagonale non-nulle en plus de la diagonale principale). Calculez le nombre d'opérations que nécessite une telle factorisation.
- 3) Ecrivez les systèmes d'équations de l'interpolation spline pour les possibilités dénotées par II, III et IV dans le cours, en prêtant attention à la régularité des systèmes.