Echéance : 5 novembre, à midi

1) a) Donnez un vecteur $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^5$ et un nombre γ tels que la matrice de Householder correspondante $\mathbf{H}$ transforme le vecteur $\mathbf{b} := [5, 3, 1, 2, 4]^T$ en un vecteur dont la première composante est inchangée et les trois dernières composantes sont nulles.
   b) Sans aucun calcul, donnez le vecteur $\mathbf{Hb}$.

2) Soit $\mathbf{v} := [0, 8, 2, 1, 4]^T$. Sans former $\mathbf{H} := \mathbf{I} - \frac{1}{\gamma}\mathbf{v}\mathbf{v}^T$, calculez:
   a) $\mathbf{Ha}$ pour $\mathbf{a} := [3, 1, 7, -2, 1]^T$.
   b) $\mathbf{b}^T\mathbf{H}$ pour $\mathbf{b}^T := [6, -1, -2, 0, -3]$.

3) Ecrivez un programme qui
   a) détermine pour un vecteur $\mathbf{x}$ donné la matrice de Householder qui transforme $\mathbf{x}$ en un vecteur $\rho\mathbf{e}^1$ dans la direction de la première coordonnée. La matrice elle-même ne doit bien entendu pas être calculée, seules les grandeurs ρ, $\mathbf{v}$ et γ doivent l'être (Algorithme I);
   b) connaissant les grandeurs $\mathbf{v}$ et γ, calcule l'image $\mathbf{Ha}$ d'un vecteur $\mathbf{a}$ par la matrice de Householder correspondante (Algorithme II);
   c) (facultatif) calcule $\mathbf{b}^T\mathbf{H}$ pour un vecteur $\mathbf{b}$.

   Testez votre programme avec vos résultats des problèmes 1) et 2).